

# UVOD U TEORIJU BROJEVA

kolokvij, 18. 01. 2005.

1. a) Nađite cijele brojeve  $x$  i  $y$  takve da je  $6564x + 9732y = 12$ .  
b) Nađite rješenja jednadžbe  $\varphi(n) = 22$ .

2. Riješite sustav kongruencija :

$$x - 1 \equiv 54 \pmod{77}, \quad x \equiv 33 \pmod{99}, \quad x \equiv 99 \pmod{111}$$

3. a) Odredite sve proste brojeve  $p$  takve da je  $(\frac{-40}{p}) = -1$ .  
b) Izračunajte Legendreove simbole  $(\frac{-2010}{2003})$  i  $(\frac{277}{401})$ .
4. a) Nađite razvoj u jednostavni verižni razlomak broja  $\frac{547}{811}$ .  
b) Nađite razvoj u jednostavni verižni razlomak broja  $\sqrt{k^2 + 4}$ , ako je  $k$  neparan prirodan broj.  
c) Odredite realan broj čiji razvoj u jednostavni verižni razlomak je oblika  $[2, \overline{3, 1}]$ .  
d) Je li razvoj u beskonačni verižni razlomak broja  $2\sqrt[11]{19}$  periodski? Odgovor obrazložite.
5. Odredite  $h(-51)$  i sve reducirane binarne kvadratne forme s diskriminantom jednakom  $-60$ .
6. a) Odredite sve primitivne Pitagorine trojke kojima je jedna kateta jednaka 60.  
b) Nađite najmanja rješenja u prirodnim brojevima jednadžbi  $x^2 - 20y^2 = \pm 1$  (ako postoje).

**Napomena.** Vrijeme rješavanja je 120 minuta. **Rezultati:** U petak u 9h.

Petra Tadić