UVOD U TEORIJU BROJEVA

kolokvij

26. 1. 2001.

1. a) Nađite cijele brojeve x i y takve da je $153x + 352y = 1$.
   b) Riješite sustav kongruencija:
   $x \equiv 3 \pmod{11}, \quad x \equiv 8 \pmod{13}, \quad x \equiv 18 \pmod{21}, \quad x \equiv 24 \pmod{37}.$
2. Koliko ima primitivnih korijena modulo 43? Nađite najmanji među njima, te pomoću indeksa riješite kongruenciju $x^{15} \equiv 41 \pmod{43}$.
3. Izračunajte Jacobijev simbol $\left(\frac{907}{1455}\right)$.
   Da li je 907 kvadratni ostatak modulo 1455?
4. Odredite $h(-31)$, te nađite reduciranu formu ekvivalentnu s $160x^2 - 113xy + 20y^2$.
5. Neka je $t(x) = \sum_{n \le x} \tau(n)$. Dokažite da vrijedi:
   $$\sum_{n \le x} \frac{\tau(n)}{n} = \frac{t(x)}{x} + \int_1^x \frac{t(u)}{u^2}\, du.$$
   Koristeći ovu formulu, dokažite da vrijedi ocjena
   $$\sum_{n \le x} \frac{\tau(n)}{n} = \frac{1}{2} \ln^2 x + O(\ln x).$$
6. Nađite razvoje u jednostavni verižni razlomak brojeva $\sqrt{29}$ i $\sqrt{31}$.
   Nađite najmanja rješenja u prirodnim brojevima Pellovih jednadžbi $x^2 - 29y^2 = 1$ i $x^2 - 31y^2 = 1$.

Rezultati : ponedjeljak, 29.1.2001. u 11 sati.

Andrej Dujella