

1	2	3	4	5	6	Σ

JMBAG

IME I PREZIME

Teorija brojeva

1. kolokvij, 26.4.2021.

NAPOMENE: Vrijeme rješavanja je 120 minuta. Ima ukupno šest zadataka. Zadaci se rješavaju na ovim papirima. Odmah se **čitljivo** potpišite. Dozvoljeno je korištenje kalkulatora i dva papira A4 s formulama.

1. Odredite $g = \text{nzd}(a, b)$ i nađite cijele brojeve x, y takve da je $ax + by = g$, ako je $a = 6468, b = 609$.

2. Riješite sustav kongruencija

$$x \equiv 2 \pmod{15},$$

$$x \equiv 22 \pmod{35},$$

$$x \equiv 3 \pmod{41}.$$

3. Nađite sva rješenja jednadžbe $\varphi(n) = 200$.

4. Riješite kongruenciju

$$5x^4 + x^2 + x + 4 \equiv 0 \pmod{13^3}.$$

5. (a) Nađite najmanja dva primitivna korijena modulo 199.
- (b) Riješite (pomoću indeksa) kongruenciju: $3x^{13} \equiv 5 \pmod{199}$.

6. (a) Izračunajte sljedeće Legendreove simbole: $\left(\frac{188}{941}\right)$, $\left(\frac{632}{773}\right)$.

(b) Za koje proste brojeve p jednačba $x^2 + 6x + 11 \equiv 0 \pmod{p}$ ima rješenje?

Rješenja:

1. $g = 21 = (-8) \cdot 6468 + 85 \cdot 609$

2. $x \equiv 3242 \pmod{4305}$

3. $n = 275, 303, 375, 404, 500, 550, 606, 750$

4. $x \equiv 876, 2008 \pmod{13^3}$

5. (a) 3,6 (b) $x \equiv 154 \pmod{199}$

6. (a) $\left(\frac{188}{941}\right) = 1$, $\left(\frac{632}{773}\right) = -1$, (b) $p \equiv 1, 3 \pmod{8}$, $p = 2$