

Teorija brojeva

1. kolokvij, 25.4.2016.

NAPOMENE: Vrijeme rješavanja je 120 minuta. Ima ukupno šest zadataka. Zadatci se rješavaju na ovim papirima. Odmah se potpišite. Dozvoljeno je korištenje kalkulatora i dva papira A4 s formulama.

1. Odredite $g = \text{nzd}(a, b)$ i nađite cijele brojeve x, y takve da je $ax + by = g$, ako je $a = 7956$, $b = 6723$.

2. Riješite sustav kongruencija:

$$x \equiv 2 \pmod{17}, \quad x \equiv 3 \pmod{18}, \quad x \equiv 6 \pmod{19}.$$

3. Nađite sva rješenja jednadžbe $\varphi(n) = 162$.

4. Riješite kongruenciju $x^3 + x + 2 \equiv 0 \pmod{11^3}$.

5. a) Nađite najmanji primitivni korijen modulo 47.

b) Riješite (pomoću indeksa) kongruenciju: $14^x \equiv 12 \pmod{47}$.

6. a) Izračunajte sljedeće Legendreove simbole: $\left(\frac{337}{577}\right)$, $\left(\frac{332}{599}\right)$.

b) Za koje proste brojeve p jednadžba $x^2 \equiv 6 \pmod{p}$ ima rješenje?

Teorija brojeva

1. kolokvij, 25.4.2016.

NAPOMENE: Vrijeme rješavanja je 120 minuta. Ima ukupno šest zadataka. Zadatci se rješavaju na ovim papirima. Odmah se potpišite. Dozvoljeno je korištenje kalkulatora i dva papira A4 s formulama.

1. Odredite $g = \text{nzd}(a, b)$ i nađite cijele brojeve x, y takve da je $ax + by = g$, ako je $a = 7139$, $b = 3355$.

2. Riješite sustav kongruencija:

$$x \equiv 9 \pmod{19}, \quad x \equiv 4 \pmod{20}, \quad x \equiv 1 \pmod{21}.$$

3. Nađite sva rješenja jednadžbe $\varphi(n) = 184$.

4. Riješite kongruenciju $x^3 + 3x - 3 \equiv 0 \pmod{11^3}$.

5. a) Nađite najmanji primitivni korijen modulo 43.

b) Riješite (pomoću indeksa) kongruenciju: $32^x \equiv 41 \pmod{43}$.

6. a) Izračunajte sljedeće Legendreove simbole: $\left(\frac{331}{587}\right)$, $\left(\frac{394}{593}\right)$.

b) Za koje proste brojeve p jednadžba $x^2 \equiv -6 \pmod{p}$ ima rješenje?

Teorija brojeva - rješenja

1. kolokvij, 25.4.2016.

1. $g = 9, x = -229, y = 271$.
2. Rješenje sustava je $x \equiv 291 \pmod{5814}$.
3. $n = 163, 243, 326, 486$.
4. $x \equiv 137, 1195, 1330 \pmod{1331}$.
5. $x \equiv 14, 37 \pmod{46}$
6. a) $\left(\frac{337}{577}\right) = -1, \left(\frac{332}{599}\right) = 1$.
b) Za $p = 2, p = 3$ i $p \equiv 1, 5, 19, 23 \pmod{24}$.

Teorija brojeva - rješenja

1. kolokvij, 25.4.2016.

1. $g = 11, x = -86, y = 183$.
2. Rješenje sustava je $x \equiv 484 \pmod{7980}$.
3. $n = 235, 376, 470, 564$.
4. $x \equiv 380, 453, 498 \pmod{1331}$.
5. $x \equiv 10, 24, 38 \pmod{42}$
6. a) $\left(\frac{331}{587}\right) = -1, \left(\frac{394}{593}\right) = -1$.
b) Za $p = 2, p = 3$ i $p \equiv 1, 5, 7, 11 \pmod{24}$.