

Diskretna matematika

Zadaci za vježbu - prvi ciklus 2008/2009

1. Odredite $g = \text{nzd}(a, b)$ i nađite cijele brojeve x, y takve da je $ax + by = g$ ako je
 - a) $a = 777, b = 629$;
 - b) $a = 1643, b = 901$;
 - c) $a = 1105, b = 481$.
2. Odredite s koliko nula završavaju brojevi $713!$ i $1713!$.
3. Riješite kongruenciju:
 - a) $311x \equiv 7 \pmod{401}$;
 - b) $153x \equiv 71 \pmod{391}$;
 - c) $213x \equiv 75 \pmod{333}$.
4. Riješite sustav kongruencija:
 - a) $x \equiv 1 \pmod{5}, x \equiv 2 \pmod{6}, x \equiv 3 \pmod{7}$;
 - b) $x \equiv 5 \pmod{7}, x \equiv 9 \pmod{13}, x \equiv 8 \pmod{11}$;
 - c) $x \equiv 1 \pmod{4}, x \equiv 7 \pmod{9}, x \equiv 22 \pmod{25}$.
5. Nađite sva rješenja jednadžbe $\varphi(n) = 30$.
6. Nađite sva rješenja jednadžbe $\varphi(n) = 58$.
7.
 - a) Nađite najmanji primitivni korijen modulo 61.
 - b) Riješite (pomoću indeksa) kongruenciju: $x^7 \equiv 24 \pmod{61}$.
8.
 - a) Nađite najmanji primitivni korijen modulo 67.
 - b) Riješite (pomoću indeksa) kongruenciju: $x^5 \equiv 61 \pmod{67}$.

9. Izračunajte Legendreove simbole:

a) $\left(\frac{51}{97}\right)$;

b) $\left(\frac{321}{991}\right)$;

c) $\left(\frac{-31}{101}\right)$;

d) $\left(\frac{58}{269}\right)$.

10. Odredite sve proste brojeve p takve da je $\left(\frac{6}{p}\right) = 1$.

11. Odredite sve proste brojeve p takve da je $\left(\frac{90}{p}\right) = 1$.