

DIOFANTSKE JEDNADŽBE

3. zadaća

17. 1. 2007.

1. Provjerite ima li jednačba $x^2 - 5y^2 - 91z^2 = 0$ netrivialnih cjelobrojnih rješenja.
2. Nađite jednačbu oblika $ax^2 + by^2 + cz^2 = 0$, abc kvadratno slobodan, koja je ekvivalentna jednačbi

$$3x^2 + 5y^2 + 7z^2 + 9xy + 11yz + 13zx = 0,$$

te ispitajte ima li ta jednačba netrivialnih cjelobrojnih rješenja.

3. Odredite najmanji prirodan broj c koji posjeduje sljedeća tri svojstva:
 - 1) c je kvadratno slobodan;
 - 2) c je relativno prost i sa 7 i sa 15;
 - 3) jednačba $-7x^2 + 15y^2 + cz^2 = 0$ ima netrivialno rješenje.
4. Nađite barem jedno netrivialno cjelobrojno rješenje jednačbe

$$2003x^2 - 3001y^2 - 4091z^2 = 0.$$

5. Neka su a, b, c racionalni brojevi različiti od nule. Dokažite da ako jednačba $ax^2 + by^2 + cz^2 = 0$ ima netrivialno racionalno rješenje, onda za svaki racionalan broj α , jednačba $ax^2 + by^2 + cz^2 = \alpha$ ima racionalno rješenje.
6. Nađite parametarske formule s kojima su dana sva rješenja jednačbe

$$x^2 + 2y^2 = z^2$$

u relativno prostim cijelim brojevima.

Rok za predaju zadaće je 31.1.2007.

Andrej Dujella