

# DIOFANTOVE $m$ -TORKE I ELIPTIČKE KRIVULJE

## 1. zadaća

1. Odredite sve vrijednosti racionalnog parametra  $t$  za koje skup

$$\left\{ \frac{t^2 - 13}{6(4-t)}, \frac{(t-5)(t-7)}{6(4-t)}, \frac{2(t^2 - 6t + 11)}{3(4-t)}, \frac{3(t-1)(t-3)}{2(4-t)} \right\}$$

predstavlja regularnu racionalnu Diofantovu četvorku.

2. Neka je  $a = \frac{25}{9}$ ,  $b = \frac{64}{9}$ ,  $c = \frac{196}{9}$ . Nađite racionalan broj  $d \neq 0$  sa svojstvom da su  $ad + a + d$ ,  $bd + b + d$  i  $cd + c + d$  kvadrati racionalnih brojeva.
3. Neka je  $a = 8$ ,  $b = 120$ ,  $c = 190$ . Nađite prirodan broj  $d$  te racionalan broj  $e \neq 0$  sa svojstvom da je  $\{a, b, c, d\}$  Diofantova četvorka, a  $\{a, b, c, d, e\}$  racionalna Diofantova petorka.
4. Neka su  $x_1, x_2, x_3$  racionalni brojevi takvi da je nazivnik broja

$$x_4 = \frac{8(x_3 - x_1 - x_2)(x_1 + x_3 - x_2)(x_2 + x_3 - x_1)}{(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 2x_1x_2 - 2x_1x_3 - 2x_2x_3)^2}$$

različit od 0. Dokažite da su tada  $x_1x_4 + 1$ ,  $x_2x_4 + 1$  i  $x_3x_4 + 1$  kvadrati racionalnih brojeva. Ako je  $x_1 = F_{2n+1}$ ,  $x_2 = F_{2n+3}$ ,  $x_3 = F_{2n+5}$ , dokažite da je  $x_4$  prirodan broj.

5. Neka su  $a, b, c$  neparni brojevi takvi da je  $\{a, b, c\}$   $D(n)$ -trojka za neki cijeli broj  $n$ . Dokažite da je tada  $a \equiv b \equiv c \pmod{4}$ .

Andrej Dujella